Corrigé TD 4 - Physique 1 - I1

Exercice 1

Bilan des forces

L'objet est soumis uniquement à son poids $\vec{P}$, donné par :

$$\vec{P} = m\vec{g},$$

Loi de Newton

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}.$$

Ici, la seule force agissant sur l'objet est le poids $\vec{P}$. On a donc :

$$\vec{P} = m\vec{a} \quad \Longrightarrow \quad -mg = ma.$$

En simplifiant par m, on obtient :

$$a = -g.$$

$$v(t) = \int a\, dt = \int g\, dt = -gt + v_0,$$

Comme l'objet est lâché sans vitesse initiale, $v_0 = 0$. Ainsi :

$$v(t) = gt.$$

La position $y(t)$ de l'objet est obtenue en intégrant la vitesse :

$$y(t) = \int v(t)\, dt = \int -gt\, dt = \frac{-1}{2}gt^2 + y_0,$$

où y_0 est la position initiale. Comme l'objet commence à une hauteur $h = 25\,\text{m}$, on a $y_0 = h$. Ainsi :

$$y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2.$$

Temps de chute

L'objet atteint le sol lorsque $y(t) = 0$. En posant cette condition dans l'équation de la position, on obtient :

$$0 = h - \frac{1}{2}gt^2 \quad \Longrightarrow \quad \frac{1}{2}gt^2 = h \quad \Longrightarrow \quad t^2 = \frac{2h}{g}.$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

En substituant $h = 25\,\text{m}$ et $g = 9,8\,\text{m/s}^2$

$$t = \sqrt{\frac{2 \times 25}{9,8}} = \sqrt{\frac{50}{9,8}} = \sqrt{5,102} \approx 2,26\,\text{s}.$$

Exercice 2

Bilan des forces

Le point M est soumis uniquement à une force de traction constante $\vec{F}$ alignée avec l'axe Ox. Ainsi, on a :

$$\vec{F} = F\,\vec{i},$$

où F est l'intensité de la force de traction.

Loi de Newton (PFD)

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}.$$

$$\vec{F} = m\vec{a}.$$

En projetant sur l'axe Ox, cela donne :

$$F = ma,$$

$$a = \frac{F}{m}.$$

$$v(t) = \int a\,dt = \int \frac{F}{m}\,dt = \frac{F}{m}t + v_0,$$

$$v(t) = \frac{F}{m}t.$$

$$x(t) = \int v(t)\,dt = \int \frac{F}{m}t\,dt = \frac{F}{m}\int t\,dt = \frac{F}{m} \cdot \frac{t^2}{2} + x_0,$$

$$x(t) = \frac{F}{2m}t^2.$$

Exercice 3

1. Équations horaires du mouvement

Bilan des forces

L'objet est soumis uniquement à son poids $\vec{P}$, donné par :

$$\vec{P} = m\vec{g},$$

Loi de Newton

$$\sum \vec{F} = m\vec{a_y}.$$

Ici, la seule force agissant sur l'objet est le poids $\vec{P}$. On a donc :

$$\vec{P} = m\vec{a} \quad \Longrightarrow \quad -mg = ma_y.$$

En simplifiant par m, on obtient :

$$a_y = -g.$$

Dans la direction horizontale Ox, aucune force n'agit sur l'objet.

$$a_x = 0.$$

$$a_x = 0, \quad a_y = -g.$$

Vitesse horizontale (v_x) :

$$v_x(t) = \int a_x\,dt = \int 0\,dt = v_{0x}.$$

En utilisant $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$:

$$v_x(t) = v_0 \cos\alpha.$$

Vitesse verticale (v_y) :

$$v_y(t) = \int a_y \, dt = \int -g \, dt = -gt + v_{0y}.$$

En utilisant $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$:

$$v_y(t) = -gt + v_0 \sin\alpha.$$

$$v_x(t) = v_0 \cos\alpha, \quad v_y(t) = -gt + v_0 \sin\alpha.$$

Position

$$x(t) = \int v_x(t) \, dt = \int v_0 \cos\alpha \, dt = v_0 \cos\alpha \cdot t + x_0.$$

En prenant $x_0 = 0$ (point de départ en O), on obtient :

$$x(t) = v_0 \cos\alpha \cdot t.$$

$$y(t) = \int v_y(t) \, dt = \int (-gt + v_0 \sin\alpha) \, dt.$$

$$y(t) = \int -gt \, dt + \int v_0 \sin\alpha \, dt = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha \cdot t + y_0.$$

En prenant $y_0 = 0$ (point de départ en O), on obtient :

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha \cdot t.$$

$$x(t) = v_0 \cos\alpha \cdot t, \quad y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha \cdot t.$$

En substituant $v_0 = 30\,\text{m/s}$ et $\alpha = 45°$:

$$v_{0x} = 30\cos(45°) = 30 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 21,21\,\text{m/s}.$$

Ainsi :

$$x(t) \approx 21,21 \cdot t.$$

$$v_{0y} = 30\sin(45°) = 30 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 21,21\,\text{m/s}.$$

Ainsi :

$$y(t) \approx 21,21 \cdot t - 4,9 \cdot t^2.$$

Équations horaires du mouvement :

$$x(t) \approx 21,21$$

$$y(t) \approx 21,21 \cdot t - 4,9 \cdot t^2.$$

2. Équation de la trajectoire

Pour obtenir l'équation de la trajectoire, exprimons t en fonction de x à partir de l'équation $x(t)$:

$$t = \frac{x}{21,21}.$$

Substituons cette expression dans $y(t)$:

$$y = 21,21 \cdot \frac{x}{21,21} - 4,9 \cdot \left(\frac{x}{21,21}\right)^2.$$

Simplifions :

$$y = x - \frac{4,9}{21,21^2} \cdot x^2.$$

3. Altitude maximale atteinte

L'altitude maximale est atteinte lorsque la vitesse verticale devient nulle ($v_y = 0$). La vitesse verticale est donnée par :

$$v_y(t) = v_{0y} - gt.$$

En posant $v_y = 0$:

$$v_{0y} - gt = 0 \quad \Longrightarrow \quad t = \frac{v_{0y}}{g}.$$

Substituons $v_{0y} \approx 21,21\,\mathrm{m/s}$ et $g = 9,8\,\mathrm{m/s^2}$:

$$t = \frac{21,21}{9,8} \approx 2,16\,\mathrm{s}.$$

L'altitude maximale est donnée par $y(t)$ à $t \approx 2,16\,\mathrm{s}$:

$$y_{\max} = 21,21 \cdot 2,16 - 4,9 \cdot (2,16)^2.$$

$$y_{\max} \approx 45,8 - 22,9 \approx 22,9\,\mathrm{m}.$$

4. Position horizontale à l'altitude maximale

À $t = 2,16\,\mathrm{s}$, la position horizontale est donnée par :

$$x(t) = 21,21 \cdot t.$$

$$x(2,16) \approx 21,21 \cdot 2,16 \approx 45,8\,\mathrm{m}.$$

5. Vitesse minimale du projectile

La vitesse minimale du projectile correspond à l'instant où la vitesse verticale est nulle ($v_y = 0$) :

$$v_{\min} = v_x = v_{0x}.$$

$$v_{\min} \approx 21,21\,\mathrm{m/s}.$$

Exercice 4

1. accélération du skieur

Bilan des forces

Le skieur est soumis aux forces suivantes :

- Le poids $\vec{P} = m\vec{g}$, avec $P = mg$.
- La réaction de support : composante normale $\vec{R_n}$, perpendiculaire à la pente et conposante tangentielle $\vec{R_t}$, opposée au mouvement qui représente le frottement.

$$\sum F = ma \quad \Longrightarrow \quad m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R_t} + \vec{R_n}.$$

Projection sur la pente (axe parallèle à la pente)

Le poids a une composante le long de la pente donnée par :

$$P_{\parallel} = P\cos(\pi/2 - \alpha) = mg\sin\alpha.$$

D'après la seconde loi de Newton :

$$\sum F_{\parallel} = ma \quad \Longrightarrow \quad ma = mg\sin\alpha - R_t.$$

$$a = g\sin\alpha - \frac{R_t}{m}.$$

$$a = 9,8 \cdot \sin(30^\circ) - \frac{350}{85}.$$

$$a = 9,8 \cdot 0,5 - 4,12 \approx 4,9 - 4,12 = 0,78\,\mathrm{m/s}^2.$$

2. Coefficient de frottement cinétique f_c

Le frottement cinétique est donné par :

$$R_t = f_c R_n,$$

$$\sum F = ma \quad \Longrightarrow \quad m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R_t} + \vec{R_n}.$$

Projection sur l'axe perpendiculaire à la pente

$$-P_{\perp} + R_n = 0$$

$$R_n = P_{\perp} = P\sin(\pi/2 - \alpha) = mg\cos\alpha.$$

Ainsi :

$$f_c = \frac{R_t}{R_n} = \frac{R_t}{mg\cos\alpha}.$$

$$f_c = \frac{350}{85 \cdot 9,8 \cdot \cos(30^\circ)} \approx 0,48$$

3. Calcul de la distance BC

Après avoir atteint B, le skieur continue en mouvement rectiligne uniformément varié (MRUV) avec :

- Accélération $a = 0,78\,\mathrm{m/s}^2$,
- Vitesse initiale $v_B = 2\,\mathrm{m/s}$,
- Temps total $t = 30\,\mathrm{s}$.

La distance parcourue en MRUV est donnée par :

$$BC = v_B t + \frac{1}{2}at^2.$$

$$BC = 2 \cdot 30 + \frac{1}{2} \cdot 0,78 \cdot 30^2 = 411\,\mathrm{m}.$$

Exercice 5

$T_1 = T_2 = T$ et $a_1 = a_2 = a$

1.

Bilan des forces sur B_1 (sur la table)

Les forces agissant sur B_1 sont :

- Le poids $\vec{P}_1 = m_1 g$, verticalement vers le bas,
- La réaction normale $\vec{R}_n$, verticale vers le haut,
- La force de frottement $\vec{R}_t$, opposée au mouvement, parallèle à la table,
- La tension du fil $\vec{T}$, dirigée horizontalement.

En projetant sur l'axe horizontal (Ox), la seconde loi de Newton donne :

$$\sum F_x = m_1 a \quad \Longrightarrow \quad T - R_t = m_1 a.$$

Ainsi, la force de frottement R_t est donnée par :

$$R_t = T - m_1 a. \tag{1}$$

Bilan des forces sur B_2 (suspendu)

Les forces agissant sur B_2 sont :

- Le poids $\vec{P}_2 = m_2 g$, verticalement vers le bas,
- La tension du fil $\vec{T}$, verticalement vers le haut.

En projetant sur l'axe vertical (Oy), la seconde loi de Newton donne :

$$\sum F_y = m_2 a \quad \Longrightarrow \quad m_2 g - T = m_2 a.$$

En isolant T :

$$T = m_2 g - m_2 a. \tag{2}$$

Calcul de T et R_t

Substituons les valeurs dans l'équation (2) pour calculer T :

$$T = m_2 g - m_2 a = 2 \cdot 9,81 - 2 \cdot 3 = 19,62 - 6 = 13,62\,\text{N}.$$

Ensuite, substituons T dans l'équation (1) pour calculer R_t :

$$R_t = T - m_1 a = 13,62 - 3 \cdot 3 = 13,62 - 9 = 4,62\,\text{N}.$$

2.

La force de frottement R_t est liée à la réaction normale R_n et au coefficient de frottement f_c par la relation :

$$R_t = f_c R_n.$$

La réaction normale R_n est égale au poids du bloc B_1 :

$$R_n = P_1 = m_1 g = 3 \cdot 9,81 = 29,43\,\text{N}.$$

Ainsi, le coefficient de frottement est donné par :

$$f_c = \frac{R_t}{R_n}.$$

Substituons les valeurs :

$$f_c = \frac{4,62}{29,43} \approx 0,15.$$

Exercice 6

$$\|\vec{A}\| = 60\,\mathrm{N}, \quad \|\vec{B}\| = 40\,\mathrm{N}, \quad \|\vec{C}\| = 50\,\mathrm{N}.$$

Les distances perpendiculaires au point O sont :

$$d_A = 12\,\mathrm{mm} = 0,012\,\mathrm{m}, \quad d_B = 22\,\mathrm{mm} = 0,022\,\mathrm{m}, \quad d_C = 31\,\mathrm{mm} = 0,031\,\mathrm{m}.$$

Le moment M d'une force par rapport au point O est donné par :

$$M = F \cdot d,$$

où F est la norme de la force et d est la distance perpendiculaire.

$$M_A = \|\vec{A}\| \cdot d_A = 60 \cdot 0,012 = 0,72\,\mathrm{N.m.}$$

$$M_B = \|\vec{B}\| \cdot d_B = 40 \cdot 0,022 = 0,88\,\mathrm{N.m.}$$

$$M_C = \|\vec{C}\| \cdot d_C = 50 \cdot 0,031 = 1,55\,\mathrm{N.m.}$$

Le moment le plus élevé est produit par la force $\vec{C}$, avec un moment :

$$M_C = 1,55\,\mathrm{N.m.}$$

Pour obtenir le meilleur serrage, il faut donc appliquer la force $\vec{C}$.

Exercice 7

On écrit que la somme des moments en C est nulle (on note G le centre d'inertie du poids W) :

$$AC \cdot P - CG \cdot W + CD \cdot R_D - CB \cdot F_B = 0.$$

D'où :

$$R_D = 1115\,\mathrm{N}.$$

On écrit que la somme des forces est nulle :

$$-P + R_C - W + R_D - F_B = 0.$$

D'où :

$$R_C = 1330\,\mathrm{N}.$$