Année Scolaire
2024-2025

# Cours
# Physique 1

## I1

Manar
NESSER

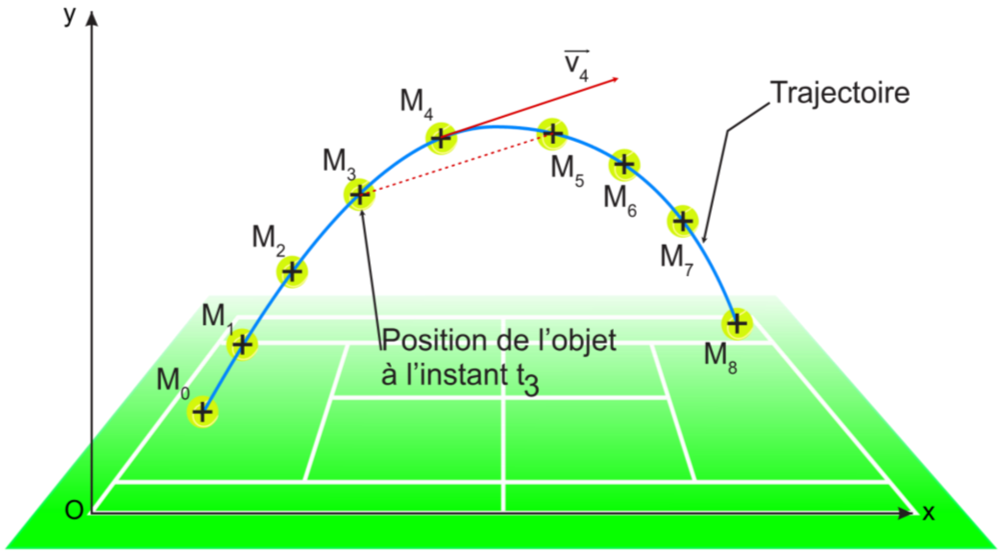
UniLaSalle Amiens
École d'ingénieurs
Énergie
& Numérique

# Chapitre 3 :

# Cinématique du point

# Cinématique du point:

La cinématique est la partie de la mécanique qui permet d'étudier et décrire le mouvement des corps, indépendamment des causes qui les produisent.




Les grandeurs physiques étudiées dans la cinématique sont: le temps, la position, la vitesse et l'accélération.

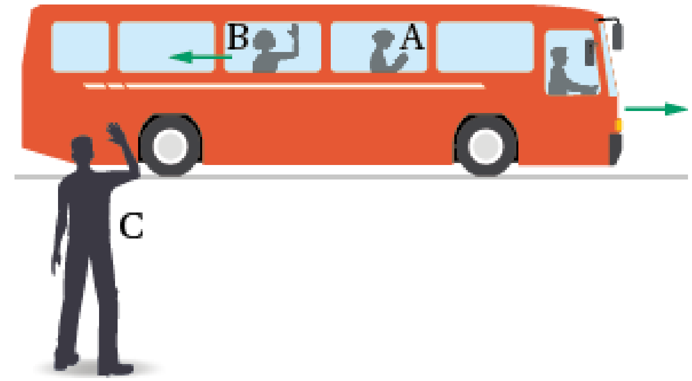
Un corps à faibles dimensions est considéré comme un point.

La trajectoire est la courbe décrite par un point en mouvement, par rapport à un repère donné.

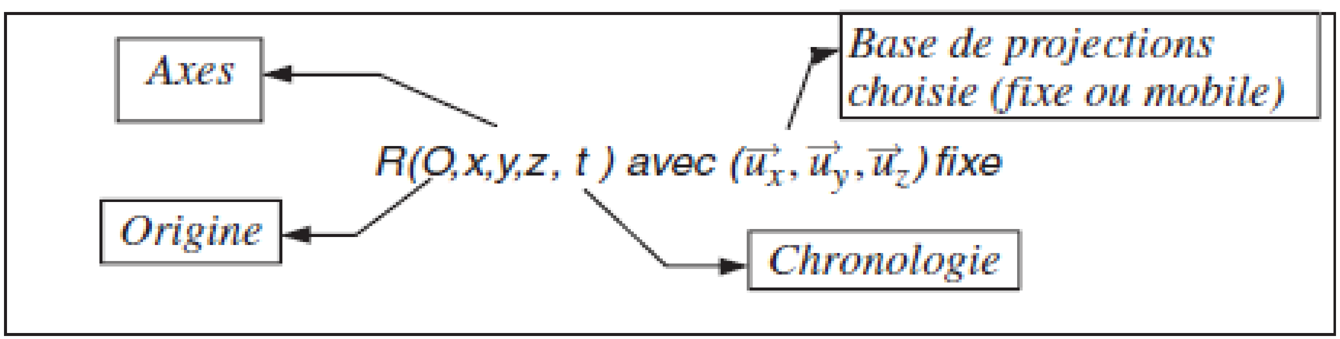
## 1) Référentiel et repère

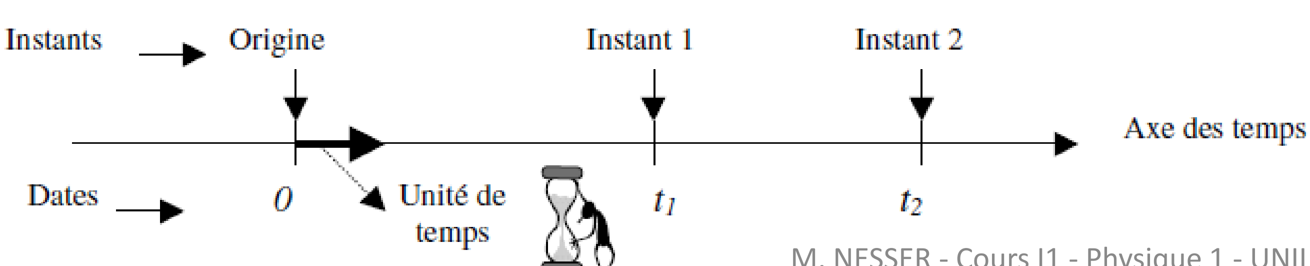
- La description d'un mouvement se fait par rapport à un corps ou système choisi comme référence appelé « référentiel »

Par exemple: Les voyageurs A et B sont assis dans un bus en mouvement : B est fixe par rapport à A, mais B est mobile par rapport à un piéton C.




- Le repère : permet de s'orienter dans l'espace et de localiser un objet.



## Coordonnées Cartesiennes :

Soit un point M mobile dans un référentiel $R(O,x,y,z)$ ayant $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ comme base orthonormé fixe.

**Le vecteur position :** $\overrightarrow{OM} = x\,\vec{u}_x + y\,\vec{u}_y + z\,\vec{u}_z$

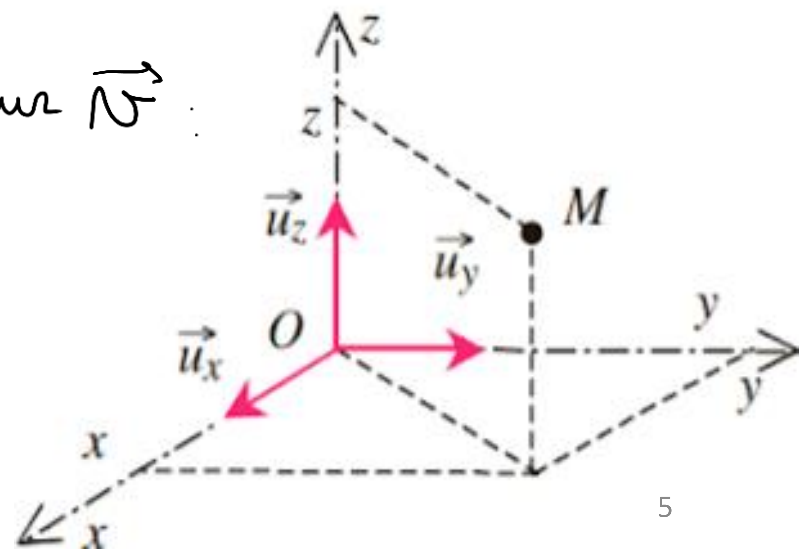
**Le vecteur vitesse :** $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \dfrac{dx}{dt}\,\vec{u}_x + \dfrac{dy}{dt}\,\vec{u}_y + \dfrac{dz}{dt}\,\vec{u}_z$

$\left( \dfrac{d\vec{u}_x}{dt} = \dfrac{d\vec{u}_y}{dt} = \dfrac{d\vec{u}_z}{dt} = 0 \right.$ ; comme la base est fixe)

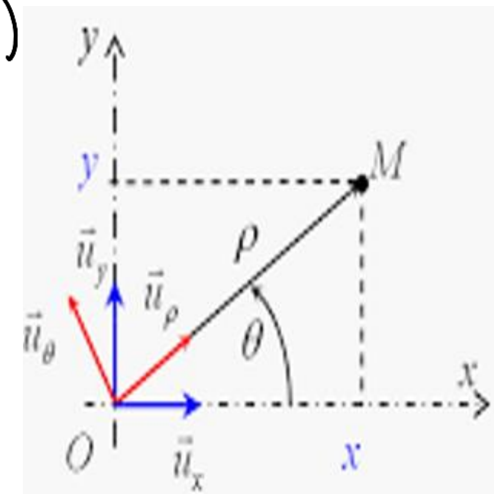
Une écriture plus simple du vecteur $\vec{v}$ :

$$\vec{v} = \dot{x}\,\vec{u}_x + \dot{y}\,\vec{u}_y + \dot{z}\,\vec{u}_z$$

$\left( \dot{x} = \dfrac{dx}{dt} \right)$



# Coordonnées Polaires : Base $(O, \vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta)$




Vecteur position $\vec{OM} = \rho \vec{u}_\rho$

Vecteur vitesse $\vec{V} = \dfrac{d\vec{OM}}{dt} = \dot{\rho}\,\vec{u}_\rho + \rho \dfrac{d\vec{u}_\rho}{dt}$ = ?

Rappel mathématique : la dérivée du produit des deux fonctions $f(x)$ et $g(x)$ $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$

$(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta)$ (base mobile)

$$\frac{d\vec{u}_\rho}{dt} = \frac{d\vec{u}_\rho}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}\,\frac{d\vec{u}_\rho}{d\theta}$$

Exprimons les vecteurs $\vec{u}_\rho$ et $\vec{u}_\theta$ dans la base cartésienne

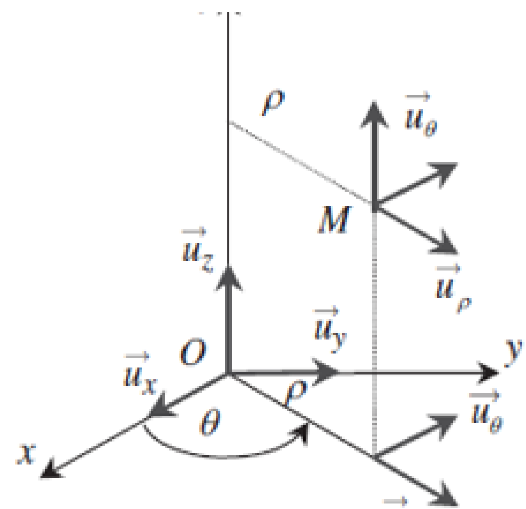
$(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$ :

$$\vec{u}_\rho = \cos\theta\, \vec{u}_x + \sin\theta\, \vec{u}_y$$

$$\vec{u}_\theta = -\sin\theta\, \vec{u}_x + \cos\theta\, \vec{u}_y$$

$$\frac{d\vec{u}_\rho}{d\theta} = -\sin\theta\, \vec{u}_x + \cos\theta\, \vec{u}_y = \vec{u}_\theta \Rightarrow \boxed{\frac{d\vec{u}_\rho}{dt} = \dot{\theta}\, \vec{u}_\theta}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{V} = \dot{\rho}\, \vec{u}_\rho + \rho\dot{\theta}\, \vec{u}_\theta}$$



(a)

## Coordonnées cylindriques :

Base $(O, \vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$

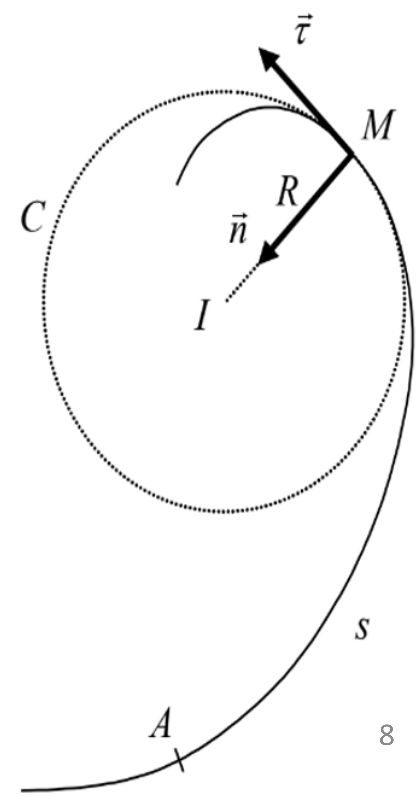
Vecteur position : $\overrightarrow{OM} = \rho\, \vec{u}_\rho + z\, \vec{u}_z$

Vecteur vitesse : $\vec{V} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \dot{\rho}\, \vec{u}_\rho + \rho\dot{\theta}\, \vec{u}_\theta + \dot{z}\, \vec{u}_z$.

# Base de Frénet

$(A, \vec{\tau}, \vec{n})$ $\begin{cases} \vec{\tau} \text{ vecteur tangent en M à la trajectoire} \\ \vec{n} \text{ vecteur normal en M à la trajectoire} \end{cases}$

C(I,R) cercle osculateur de centre I et de rayon R (R est nommé "rayon de courbure") : cercle tangent en M à la trajectoire




Un point M est défini par son abscisse curviligne s

Position : $\boxed{s = \overset{\frown}{AM}}$

($\overset{\frown}{AM}$ : longueur de l'arc AM) la vitesse est suivant le vecteur tangentiel $\vec{\tau}$

$$\boxed{\vec{v} = \frac{ds}{dt}\vec{\tau} = \dot{s}\,\vec{\tau}}$$

vecteur accélération :

$$\boxed{\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \ddot{s}\,\vec{\tau} + \frac{v^2}{R}\vec{n}}$$

Définition :

La trajectoire est une relation entre les coordonnées indépendamment du temps

Exemple :

Un objet M est en mouvement dans le plan (xoy) , les équations horaires du points M sont:

$$M(x_t\,, y_t\,)\begin{cases} x_t = 2t\ -1 \\ y_t = \frac{1}{2}t \end{cases}$$

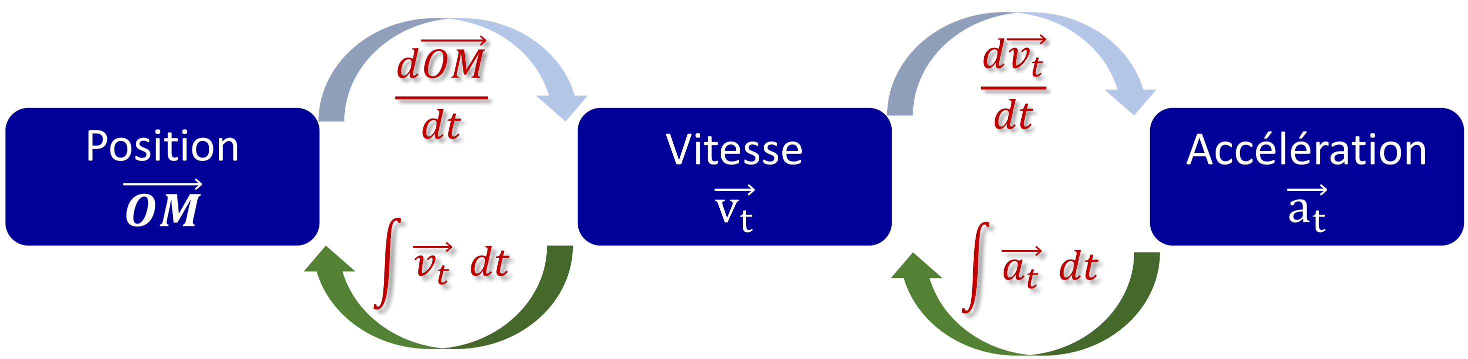
Déterminer la trajectoire du point M.

Solution: $t = 2\,y_t$

$x_t = 2(2\,y_t) - 1 \Rightarrow\ \ x_t = 4\,y_t - 1$ (équation de la trajectoire du point M)

# Résumé

| Base | Position | Vitesse | Accélération |
|---|---|---|---|
| **Cartésienne** $O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z$ | $\overrightarrow{OM} = x\vec{u}_x + y\vec{u}_y + z\vec{u}_z$ | $\vec{v}_{M/R} = \dot{x}\vec{u}_x + \dot{y}\vec{u}_y + \dot{z}\vec{u}_z$ | $\vec{a}_{M/R} = \ddot{x}\vec{u}_x + \ddot{y}\vec{u}_y + \ddot{z}\vec{u}_z$ |
| **Cylindrique** $O, \vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z$ | $\vec{M} = \rho\vec{u}_\rho + z\vec{u}_z$ | $\vec{v}_{M/R} = \dot{\rho}\vec{u}_\rho + \rho\dot{\theta}\vec{u}_\theta + \dot{z}\vec{u}_z$ | |
| **Base de Frenet** $\Omega; \vec{e}_t, \vec{e}_n$ | $s = \overset{\frown}{\Omega M}$ | $\vec{v}_{M/R} = \dot{s}\vec{e}_t = v\vec{e}_t$ | $\vec{a}_{M/R} = \ddot{s}\vec{e}_t + \frac{v^2}{R}\vec{e}_n$ |



# Les différents types de mouvement

# Mouvement rectiligne uniformément Varié (MRUV)

Un mouvement d'un point est dit rectiligne uniformément Varié (MRUV) si sa trajectoire est rectiligne et son vecteur accélération est constant

$$\boxed{\vec{a} = \overrightarrow{\text{constante}}}$$

si $a < 0$ mouvement ralenti

si $a > 0$ mouvement accéléré

$$\vec{a} = a\,\vec{u}_x$$

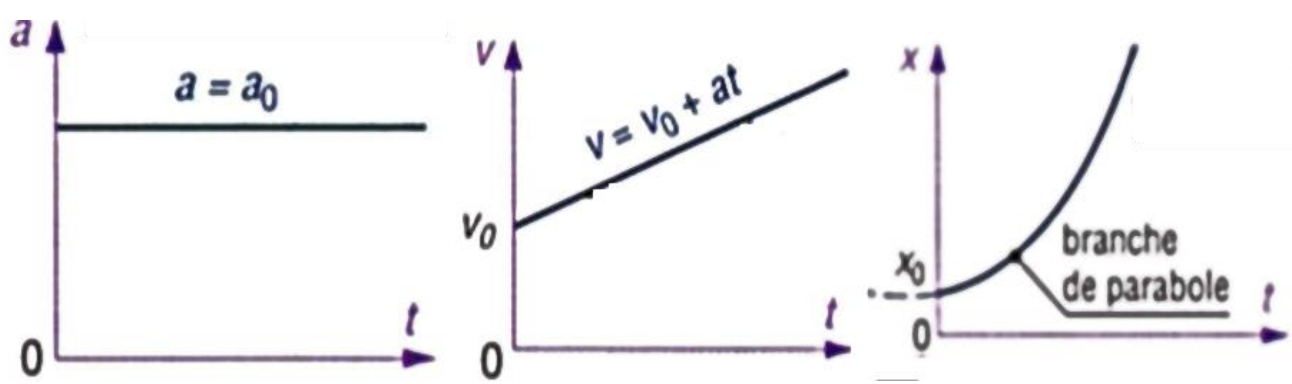
$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dv = a\,dt \Rightarrow \boxed{v = \int a\,dt = at + v_0}$$

(avec $v_0$ vitesse à $t = 0s$)

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v\,dt \Rightarrow x = \int v\,dt = \int (at + v_0)\,dt$$

$$\Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0}$$

($x_0$ position à $t = 0s$)




Rappel mathématique : si $f = c\,x^n$

$$\int f\,dx = \int c\,x^n\,dx = c \cdot \frac{1}{n+1}x^{n+1} + c_0 \quad (c_0 \text{ constante})$$

## Mouvement rectiligne uniforme(MRU)

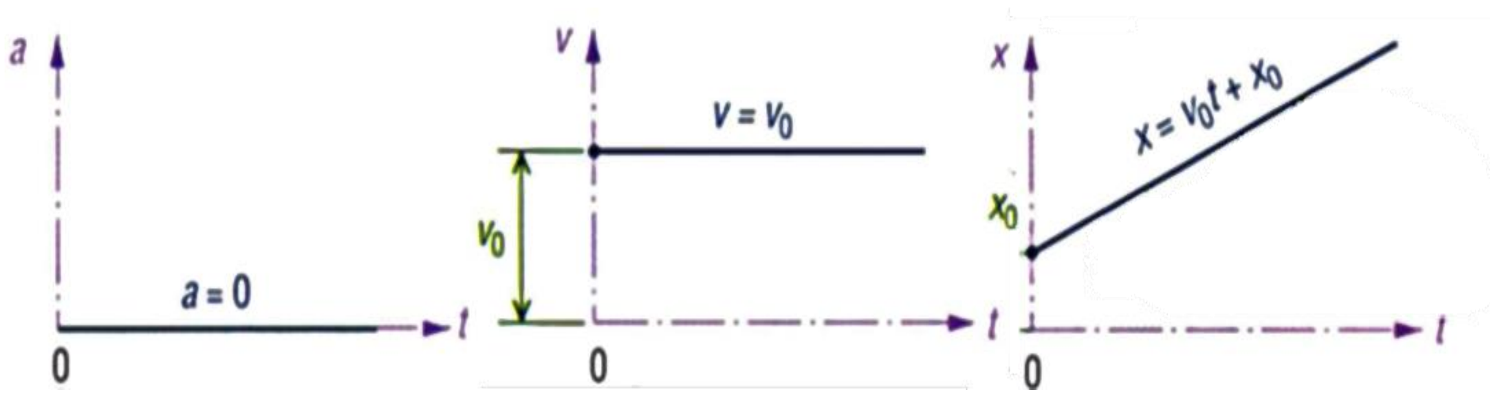
Un mouvement d'un point est dit rectiligne uniforme (MRU) si sa trajectoire est rectiligne et sa vitesse est constante ( accélération nulle)

$$\boxed{\vec{v} = \overrightarrow{constante}} \;;\; \boxed{\vec{a} = 0}$$

$$\vec{v} = v_0 \, \vec{u}_x$$

$$x = \int v \, dt = \int v_0 \, dt$$

$$\boxed{x = v_0 t + x_0} \quad \left( \begin{array}{l} x_0 \text{ position} \\ \text{à } t = 0\,s \end{array} \right)$$

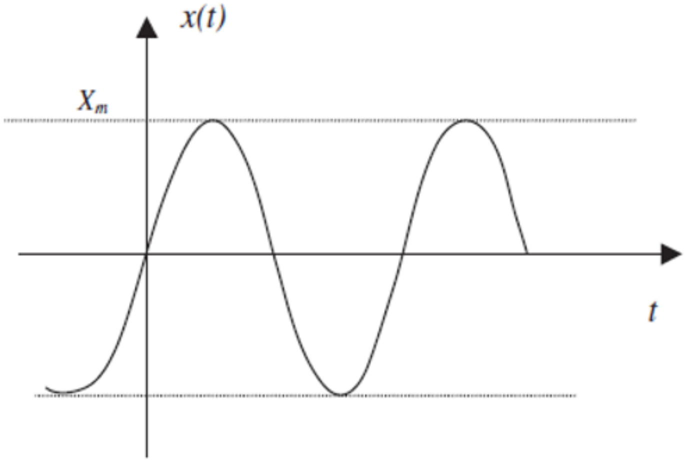


## Mouvement Rectiligne Sinusoïdal

Un mouvement d'un point est dit rectiligne sinusoïdal si sa position varie selon l'axe x sous la forme : $x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$

*avec* $X_m$ son amplitude (position maximale)

Et φ la phase à t=0s



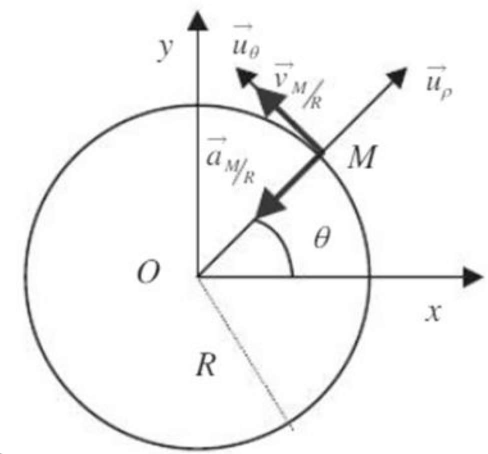

La vitesse : $v = \frac{dx}{dt} = - X_m\, \omega \sin(\omega t + \varphi)$

L'accélération : $a = \frac{dv}{dt} = - X_m\, \omega^2 \cos(\omega t + \varphi)$

## Mouvement Circulaire Uniforme

Un mouvement d'un point est dit circulaire uniforme si le point se déplace sur un cercle et sa vitesse angulaire de rotation $\dot{\theta}$ ($\dot{\theta} = \frac{v}{R}$) est constante

$$\boxed{\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = \text{constante}}$$




Rappel mathématique :

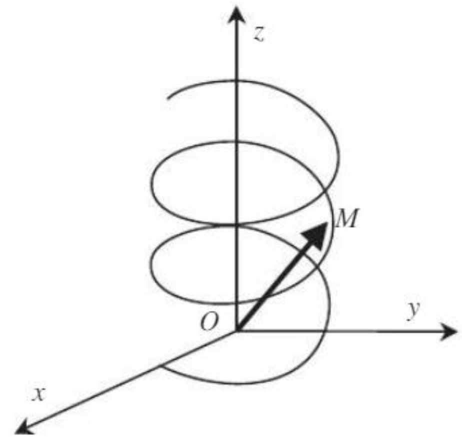
équation d'un cercle dans une base cartésienne

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = R^2$$

($C(x_c, y_c)$ centre du cercle et R son rayon)

# Mouvement Hélicoïdal

C'est la combinaison d'un mouvement circulaire uniforme dans le plan (xoy) et mouvement rectiligne uniforme selon l'axe z




équations horaires du mouvement :

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = R\cos(\omega t) \\ y = R\sin(\omega t) \\ z = v_0 . t \end{cases}$$

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \qquad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = -R\omega\sin(\omega t) \\ v_y = R\,\omega\cos(\omega t) \\ v_z = v_0 \end{cases}$$

$$\vec{a} = \begin{cases} a_x = -R\,\omega^2\cos(\omega t) \\ a_y = -R\,\omega^2\sin(\omega t) \\ a_z = 0 \end{cases}$$