Corrigé TD 3 - Physique 1 - I1

Exercice 1

1. • La distance parcourue d en MRUA:

$$d = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$
$$d = \frac{1}{2}\gamma T^2$$
$$\gamma = \frac{2d}{T^2}$$

   • La vitesse au décollage v_d

$$v_d = \gamma T$$
$$v_d = \frac{2d}{T}$$

2. •

$$\gamma = \frac{2 \times 600}{15^2} = \frac{1200}{225} = 5,33\,\mathrm{m/s}^2$$

   •

$$v_d = \frac{2 \times 600}{15} = \frac{1200}{15} = 80\,\mathrm{m/s}$$

Exercice 2

1.

$$x = r\cos\theta = \rho\cos(2\pi t)$$
$$y = r\sin\theta = \rho\sin(2\pi t)$$
$$z = z = bt$$

$$M(x, y, z) = (\rho\cos(2\pi t), \rho\sin(2\pi t), bt)$$

2. • **En coordonnées cylindriques :**
   La vitesse en coordonnées cylindriques (v_r, v_θ, v_z) est donnée par :

$$v_r = \frac{dr}{dt} = 0$$
$$v_\theta = r\frac{d\theta}{dt} = \rho \cdot 2\pi = 2\pi\rho$$
$$v_z = \frac{dz}{dt} = b$$
$$\vec{v} = (0, 2\pi\rho, b)$$

   • **En coordonnées cartésiennes :**

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -\rho \cdot 2\pi\sin(2\pi t)$$
$$v_y = \frac{dy}{dt} = \rho \cdot 2\pi\cos(2\pi t)$$
$$v_z = \frac{dz}{dt} = b$$

$$\vec{v} = (-\rho \cdot 2\pi\sin(2\pi t), \rho \cdot 2\pi\cos(2\pi t), b)$$

   $v_z = constante$: MRU selon l'axe z et le mouvement est circulaire uniforme dans le plan xoy ($\frac{d\theta}{dt} = 2\pi = constante$) Le mouvement est donc hélicoïdal.

Exercice 3

1. Soit t le temps écoulé depuis le départ de B. Alors, la durée totale écoulée depuis le départ de A est $t + 1$.

   Les distances parcourues par A et B au temps t sont données par les équations du MRUA :

   $$d_A = \frac{1}{2} \times 4 \times (t+1)^2 = 2(t+1)^2$$

   $$d_B = \frac{1}{2} \times 5 \times t^2 = 2.5t^2$$

   Pour que B rattrape A, leurs distances parcourues doivent être égales, donc $d_A = d_B$:

   $$2(t+1)^2 = 2.5t^2$$

   $$2(t^2 + 2t + 1) = 2.5t^2$$
   $$2t^2 + 4t + 2 = 2.5t^2$$
   $$0.5t^2 - 4t - 2 = 0$$

   Résolvons cette équation du second degré pour t :

   $$t = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 0.5 \times (-2)}}{2 \times 0.5}$$

   $$t = \frac{4 \pm \sqrt{16+4}}{1} = \frac{4 \pm \sqrt{20}}{1}$$
   $$t = 4 \pm 2\sqrt{5}$$

   En prenant la valeur positive, nous trouvons que :

   $$t \approx 8.47\,\mathrm{s}$$

   (t est le temps de B) Donc, il faudra environ $t = 8.47$ s pour que B rattrape A.

2. **Distance parcourue quand B double A :**
   Substituons $t = 8.47s$ dans l'expression de d_B pour trouver la distance parcourue :

   $$d_B = 2.5 \times (8.47)^2$$

   $$d_B = 179\,\mathrm{m}$$

   Donc, la distance parcourue quand B double A est d'environ $179\,\mathrm{m}$.

3. **Vitesses à l'instant où B double A :**
   La vitesse de A à cet instant est donnée par :

   $$v_A = a_A \times (t+1) = 4 \times (8.47 + 1) = 4 \times 9.47 = 37.88\,\mathrm{m/s}$$

   La vitesse de B à cet instant est donnée par :

   $$v_B = a_B \times t = 5 \times 8.47 = 42.35\,\mathrm{m/s}$$

Exercice 4

- La distance parcourue d_1 pendant les deux premières secondes est donnée par la formule du MRUA :

$$d_1 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$24 = v_0 \times 2 + \frac{1}{2} a \times (2)^2$$
$$24 = 2v_0 + 2a$$
$$12 = v_0 + a \quad \text{(Équation 1)}$$

- La distance totale parcourue après 4 secondes est la somme de d_1 et d_2 soit 24 m + 32 m = 56 m.
  La distance totale d_{total} après 4 secondes est donnée par :

$$d_{\text{total}} = v_0 \times 4 + \frac{1}{2} a \times (4)^2$$

$$56 = 4v_0 + \frac{1}{2} a \times 16$$
$$56 = 4v_0 + 8a$$
$$14 = v_0 + 2a \quad \text{(Équation 2)}$$

- Nous avons maintenant deux équations :

$$\begin{cases} 12 = v_0 + a \\ 14 = v_0 + 2a \end{cases}$$

  Soustrayons l'équation 1 de l'équation 2 pour éliminer v_0 :

$$(14 - 12) = (v_0 + 2a) - (v_0 + a)$$
$$a = 2m/s^2$$

  En substituant $a = 2$ dans l'équation 1 :

$$12 = v_0 + 2$$
$$v_0 = 10m/s$$

Exercice 5

1. cours
2. cours
3. cours
4. $s(t) = t^3 + 2t^2$
   -
$$v(t) = \frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}\left(t^3 + 2t^2\right)$$
$$v(t) = 3t^2 + 4t$$

     à l'instant $t = 2\,\text{s}$:

$$v(2) = 3 \times (2)^2 + 4 \times 2 = 3 \times 4 + 8 = 12 + 8 = 20\,\text{m/s}$$

- $\|\vec{a}\| = 16\sqrt{2}\,\mathrm{m/s}^2$.

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(3t^2 + 4t) = 6t + 4$$

À l'instant $t = 2\,\mathrm{s}$:

$$\frac{dv}{dt} = 6 \times 2 + 4 = 12 + 4 = 16\,\mathrm{m/s}^2$$

- La norme de l'accélération totale est donnée par :

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{\left(\frac{d^2s}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}$$

$$16\sqrt{2} = \sqrt{(16)^2 + \left(\frac{20^2}{R}\right)^2}$$

$$(16\sqrt{2})^2 = (16)^2 + \left(\frac{400}{R}\right)^2$$

$$512 = 256 + \frac{400^2}{R^2}$$

$$256 = \frac{160000}{R^2}$$

$$R^2 = \frac{160000}{256} = 625$$

$$R = \sqrt{625} = 25\,\mathrm{m} \text{ Le rayon de courbure}$$