

Corrigé

Exercice 1 :

Convertir les unités suivantes :

a) $40 \text{ cm} = 0,4 \text{ m}$

b) $0,04 \text{ cm}^2 = 4 \text{ mm}^2$

c) $0,0062 \text{ m}^3 = 6200 \text{ cm}^3$

d) $12 \text{ km/h} = 3,33 \text{ m/s}$

e) $20 \text{ m/s} = 72 \text{ km/h}$

$$\text{m/s} \xrightarrow{\times 3,6} \text{km/h}$$

f) $4200 \text{ s} = 1,17 \text{ h}$

g) $3,5 \text{ Jours} = 84 \text{ h } 0 \text{ min } 0 \text{ s}$

h) $48 \text{ cm}^3 = 0,048 \text{ l}$

$$1 \text{ dm}^3 \rightarrow 1 \text{ l}$$

i) $0,10 \text{ dm}^3 = 100 \text{ mL}$

j) $5,12 \text{ jours} = 122 \text{ h } 52 \text{ min } 47 \text{ s}$

Exercice 2:

Compléter le tableau ci-dessous par les valeurs d'incertitudes absolues ou relatives qui manquent :

Mesure	Incertitude relative (%)	Incertitude absolue
3,5 m	1	0,035 m
5,20 bar	4,81 %	0,25 bar
13,2 g	6	0,79... g

Exercice 3 :

Un cycliste parcourt une distance de 60 kilomètres en 3 heures 30 minutes et 12 secondes.

Calculez sa vitesse moyenne en m/s puis en km/h.

$$v_{\text{moy}} = \frac{d}{t} = \frac{60000}{12612} = 4,76 \text{ m/s} = 17,13 \text{ km/h}$$

Exercice 4 :

En partant de chez lui à 10 h 15 min 45 s, un conducteur parcourt une distance de 220 km et arrive à sa destination à 12 h 45 min 26 s.

Calculez sa vitesse en m/s puis en km/h.

$$t = t_{\text{arrivée}} - t_{\text{départ}} = 45926 - 36945 = 8981 \text{ s}$$

$$v = \frac{d}{t} = \frac{220000}{8981} = 24,5 \text{ m/s} = 88,19 \text{ km/h}$$

Exercice 5 :

Donnez les résultats des opérations mathématiques suivantes sur des mesures précises :

- a) $12,42 \text{ g} - 3,7 \text{ g} = 8,7 \text{ g}$
- b) $0,25 \text{ cm} \times 1,098 \text{ cm} = 0,27 \text{ cm}^2$
- c) $\frac{4,00 \text{ mm}}{13,060 \text{ mm}} = 0,306$

Exercice 6 :

Une voiture se déplace à une vitesse de 25 km/h et parcourt une distance de 123000m. Combien de temps mettra-t-elle pour compléter son trajet, donner le résultat en (h, min, s)?

$$t = \frac{d}{v} = \frac{123000}{25 \div 3,6} = 17723 \text{ s} = 4 \text{ h } 55 \text{ min } 23 \text{ s}$$

Exercice 7 :

Montrer que les deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} dans la base orthonormée directe $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ sont orthogonaux : $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ et $\vec{v} = 5\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (1 \times 5) + (3 \times (-1)) + (-2)(1) = 5 - 3 - 2 = 0 \Rightarrow \vec{u} \perp \vec{v}$$

Exercice 8 :

On définit deux vecteurs $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ et $\vec{v} = -\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$ dans la base orthonormée $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

1) Calculer $\vec{u} + 2\vec{v}$

$$\vec{u} + 2\vec{v} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k} - 2\vec{i} - 4\vec{j} + 10\vec{k} = -\vec{j} + 9\vec{k}$$

2) Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (2 \times (-1)) + (3 \times (-2)) + ((-1) \times 5) = -2 - 6 - 5 = -13$$

3) Quel est l'angle entre \vec{u} et \vec{v} ? $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \|\vec{v}\|}$

$$\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \|\vec{v}\|} = \frac{-13}{\sqrt{2^2 + 3^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 5^2}} = \frac{-13}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{30}} \Rightarrow \theta \approx 123,3^\circ$$

4) Calculer le vecteur $\vec{w} = \vec{u} \wedge \vec{v}$

$$\vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 3 & -1 \\ -1 & -2 & 5 \end{vmatrix} = \vec{i}(3 \times 5 - (-1)(-2)) + \vec{j}((-1)(-1) - (2)(5)) + \vec{k}((2)(-2) - (3)(-1))$$

$$= 13\vec{i} - 9\vec{j} - \vec{k}$$

Exercice 9 :

Déterminer les angles entre le vecteur $\vec{u}(2, -3, 1)$ et les vecteurs des axes x, y et z respectivement.

vecteur de l'axe x: $\vec{i}(1, 0, 0)$ $\|\vec{i}\| = 1$

vecteur de l'axe y: $\vec{j}(0, 1, 0)$ $\|\vec{j}\| = 1$

vecteur de l'axe z: $\vec{k}(0, 0, 1)$ $\|\vec{k}\| = 1$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{2^2 + (-3)^2 + 1^2}$$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{14}$$

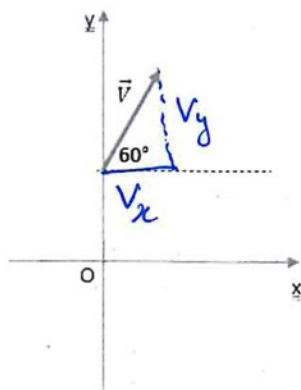
$$x: \cos(\vec{u}, \vec{i}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{i}}{\|\vec{u}\| \|\vec{i}\|} = \frac{2 + 0 + 0}{\sqrt{14}} = \frac{2}{\sqrt{14}} \Rightarrow (\vec{u}, \vec{i}) = 57,7^\circ$$

$$y: \cos(\vec{u}, \vec{j}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{j}}{\|\vec{u}\| \|\vec{j}\|} = \frac{0 + 0 + 1}{\sqrt{14}} = \frac{1}{\sqrt{14}} \Rightarrow (\vec{u}, \vec{j}) = 74,5^\circ$$

$$z: \cos(\vec{u}, \vec{k}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{k}}{\|\vec{u}\| \|\vec{k}\|} = \frac{0 - 3 + 0}{\sqrt{14}} = \frac{-3}{\sqrt{14}} \Rightarrow (\vec{u}, \vec{k}) = 143,3^\circ$$

Exercice 10 :

Calculez V_x et V_y les projetés orthogonaux du vecteur \vec{V} ayant une norme $\|\vec{V}\| = 5$ et faisant un angle 60° par rapport à l'axe horizontal.



$$\cos 60 = \frac{V_x}{V} \Rightarrow V_x = V \cos 60 = 5 \cdot (0,5) = 2,5 \text{ m/s}$$

$$\sin 60 = \frac{V_y}{V} \Rightarrow V_y = V \sin 60 = 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4,33 \text{ m/s}$$

Exercice 11 :

On donne les points A (6 ; 2 ; -3) et B(1 ; -4 ; -3) dans le repère orthonormée $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Calculer la longueur OH où H est le projeté orthogonal de B sur la droite (OA).

$$\vec{OA}(6, 2, -3) \quad \vec{OB}(1, -4, -3)$$

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \vec{OA} \cdot (\vec{OH} + \vec{HB})$$

$$= \vec{OA} \cdot \vec{OH} + \vec{OA} \cdot \vec{HB} \quad \text{car } \vec{OA} \perp \vec{HB}$$

$$= OA \cdot OH \cdot \cos(\widehat{\vec{OA}, \vec{OH}})$$

$$= OA \cdot OH \cdot \cos(0)$$

$$= OA \cdot OH \Rightarrow OH = \frac{\vec{OA} \cdot \vec{OB}}{OA} = \frac{(6)(1) + (2)(-4) + (-3)(-3)}{\sqrt{6^2 + 2^2 + (-3)^2}} = \frac{7}{7} = 1$$

